

**Elena Diana Brătucu**

**PROBLEME CARE SE REZOLVĂ PRIN  
METODA REPREZENTĂRII GRAFICE**

*Auxiliar curricular pentru clasele a III-a – a IV-a*

**Craiova, 2021**

## CUPRINS

METODA REPREZENTĂRII GRAFICE .....	3
A. Cu date sau mărimi “discrete” .....	4
B. Cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente .....	8
a) Probleme de aflare a numerelor cunoscând suma și diferența lor .....	9
b) Probleme de aflare a două numere cunoscând suma sau diferența lor și raportul lor	11
SĂ EXERSĂM! .....	13
A. Probleme cu date sau mărimi “discrete” .....	13
B. Probleme cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente .....	15
a) Probleme de aflare a numerelor cunoscând suma și diferența lor .....	15
b) Probleme de aflare a două numere cunoscând suma sau diferența lor și raportul lor	17
c) Probleme combinate (metoda grafică) .....	19
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI .....	24
BIBLIOGRAFIE .....	26

## METODA REPREZENTĂRII GRAFICE

Metoda reprezentării grafice (metoda figurativă) constă în reprezentarea prin desen a mărimilor necunoscute și fixarea în acest desen a relațiilor dintre ele și mărimile date în problemă. Rolul acestei metode este întrucâtva asemănător cu cel al simbolismului algebric (de exemplu un segment ar putea fi înlocuit cu o literă care ține locul unui număr/mărime necunoscută,  $x$ ). Ea ne ajută să formăm schema problemei, să ținem în atenție toate condițiile problemei, să ne concentrăm asupra lor. În rezolvarea mai departe a problemei se introduce o deosebire categorică față de algebră; nu aplicăm în mod mecanic un procedeu de rezolvare, ci ne sprijinim tot pe raționament, folosind înțelesul concret al operațiilor.

**În ce fel trebuie făcută figura care reprezintă enunțul problemei?** De cele mai multe ori cel care rezolvă o problemă simte nevoia să-și apropie datele problemei, precum și relațiile dintre acestea din textul enunțului. Pentru aceasta, realizează un desen, o figură, un model, care să oglindească fidel cele de mai sus. Dacă acesta este la început de drum, desenul său este cât mai detaliat, iar pe măsură ce el își formează unele priceperi și deprinderi, figura devine cât mai abstractă, cât mai schematică, ea prinzând în cadrul modelului numai esențialul.

Problemele care se rezolvă prin metoda figurativă le putem împărți în două mari categorii, și anume:

*A. Cu date sau mărimi “discrete”*

*B. Cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente*

A. *Cu date sau mărimi "discrete"* , înțelegând prin aceasta că mărimile pot fi numărate câte una și că se pot pune în corespondență după anumite criterii. În acest caz, mărimile le putem figura prin simboluri.

**Problema 1**

Dacă se așază câte un elev în bancă, rămân 14 elevi în picioare. Dacă așezăm câte 2 elevi într-o bancă, rămân 3 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt ?

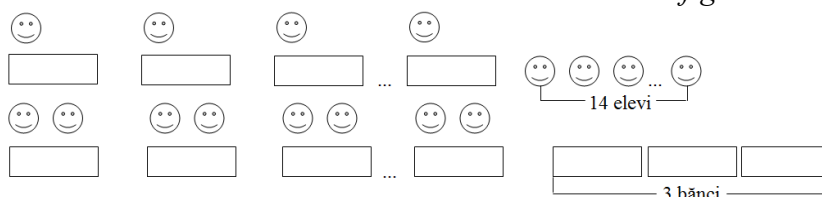
*Scriem datele schematic:*

1 elev/bancă.....rămân 14 elevi

2 elevi/bancă.....rămân 3 bănci

? elevi.....? bănci

*Realizăm un desen care să figureze cele de mai*



*sus:*

Cum s-a realizat a doua situație prezentată în problemă?

Cei 14 elevi care, în prima situație stăteau în picioare, s-au așezat în băncile ocupate inițial cu câte un elev și au completat astfel **14 bănci cu câte 2 elevi**.

În a doua situație prezentată în problemă avem **3 bănci libere**. Cum au rămas ele libere? S-a ridicat elevul care le ocupa în prima situație (deci 3 elevi) și s-a așezat lângă un coleg, completând astfel alte 3 bănci?

Așadar:

a. Câte bănci sunt ?

$$14 \text{ bănci} + 3 \text{ bănci} + 3 \text{ bănci} = 20 \text{ bănci}$$

b. Câți elevi sunt ?

$$1 \text{ elev} \times 20 + 14 \text{ elevi} = 20 \text{ elevi} + 14 \text{ elevi} = 34 \text{ elevi}$$

Algebric se poate rezolva astfel:

Notăm cu  $e$  numărul elevilor și cu  $b$  numărul băncilor (sau orice alte litere).

Punem în exercițiu cele două situații prezentate în problemă:

$$e = 1 \cdot b + 14$$

$$e = 2 \cdot (b - 3)$$

Numărul elevilor este același. Deci:

$$1 \cdot b + 14 = 2 \cdot (b - 3)$$

$$b + 14 = 2 \cdot b - 2 \cdot 3$$

$$b + 14 = 2b - 6$$

$$14 + 6 = 2b - b$$

$$20 = b$$

Deci sunt 20 bănci.

$$e = 1 \cdot b + 14$$

$$e = 1 \cdot 20 + 14$$

$$e = 20 + 14$$

$$e = 34$$

Deci sunt 34 de elevi.

R: 34 de elevi și 20 de bănci

## Problema 2

Într-un vas de fructe sunt de 3 ori mai multe prune decât mere. La masă sunt 4 persoane. Fiecare dintre ele își ia pe farfurie câte un măr și câte o prune. Rămân în vas de 4 ori mai multe prune decât mere. Câte prune și câte mere erau la început în vas ?

### Rezolvare

Situația de la început arată astfel:

P	P	P	P	P		P	P
MP	MP	MP	MP	MP	...	MP	MP
P	P	P	P	P		P	P

(Fiecărui măr îi corespund 4 prune.)

Cele 4 persoane iau câte un măr și o prune. Au rămas:

P	P	P	P	P		P	P
				MP	...	MP	MP
P	P	P	P	P		P	P

Deci au rămas 8 prune "izolate" și grupe de câte un măr cu câte 3 prune fiecare.

În a doua parte a problemei, enunțul ne indică faptul că rămân în vas de 4 ori mai multe prune decât mere. Se observă ușor că cele 8 prune "izolate" vor completa 8 grupe de forma PPMPP, "obligând" câte o prune să treacă la o grupă de câte un măr cu câte 3 prune pentru a completa până la 4 prune fiecare grupă. Astfel, în vasul cu fructe, rămân 8 mere, după ce fiecare dintre cele 4 persoane au "servit" câte un măr.

Deci:

a. Câte mere au fost în vas la început?

$8 \text{ mere} + 4 \text{ mere} = 12 \text{ mere}$  (cele 8 rămase și cele 4 mâncate)

b. Câte prune au fost în vas de la început?

$12 \text{ prune} \times 3 = 36 \text{ prune}$

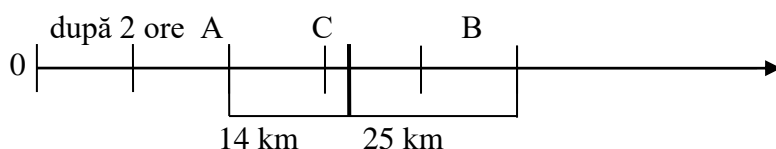
R: În vas au fost 12 mere și 36 de prune

### Problema 3

Un tractor pleacă pe șosea de la kilometrul 0 mergând cu aceeași viteză. După 2 ore de mers nu ajunsese încă la canton, mai avea până acolo 14 kilometri. După 5 ore de mers trecuse de respectivul canton cu 25 de kilometri. La ce kilometru era situat cantonul ?

#### Rezolvare

Din analiza enunțului trebuie să reținem o informație esențială și anume aceea că tractorul se deplasează cu o viteză constantă. Realizăm un grafic unde punctul 0 să fie kilometrul 0 (zero) de unde să înceapă deplasarea tractorului. Nu știm unde trebuie plasat cantonul. Problema spune că, după 2 ore de mers, tractorul nu ajunsese la canton. Convenim ca spațiul parcurs într-o oră să îl figurăm printr-un segment. Așezăm două asemenea segmente cap la cap, începând cu punctul 0. Deci după 2 ore tractorul ajunge în punctul A, la o distanță de 14 km de cantonul C. Poziția tractorului după 5 ore de la plecare o plasăm în punctul B, la o distanță de 25 km de cantonul C. Graficul arată astfel:



a. În câte ore parcurge tractorul distanța AB?

$$5 \text{ ore} - 2 \text{ ore} = 3 \text{ ore}$$

b. Ce distanță parcurge tractorul în acest timp?

$$14 \text{ km} + 25 \text{ km} = 39 \text{ km}$$

c. Care este viteza tractorului ?

$$39 \text{ km} : 3 \text{ ore} = 13 \text{ km/oră}$$

d. Ce distanță parcurge tractorul în 2 ore?

$$13 \text{ km/h} \times 2 \text{ h} = 26 \text{ km}$$

e. La ce kilometru era situat cantonul?

$$26 \text{ km} + 14 \text{ km} = 40 \text{ km}$$

R: Cantonul se află la distanța de 40 de kilometri.

**B. Cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente**

Personal recomand ca, acolo unde este posibil, să se reprezinte mai întâi mărimea cea mai mică (de obicei printr-un segment) și apoi pe cea/cele mai mari în funcție de aceasta.

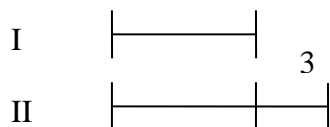
De exemplu trei segmente egale cu primul, așezate unul în continuarea celuilalt, pentru a figura un număr de 3 ori mai mare.



Algebric putem nota:

$$I = a \quad \text{sau} \quad II = 3 \cdot I$$
$$II = 3 \cdot a$$

Un segment egal cu primul + un alt segment pe care notăm numărul 3 pentru a figura un număr cu 3 mai mare).



$$I = a \quad \text{sau} \quad II = I + 3$$
$$II = a + 3$$

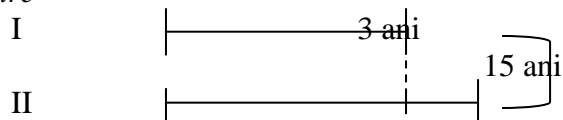


a) Probleme de aflare a numerelor cunoscând suma și diferența lor

**Problema 1**

Doi frați au împreună 15 ani. Unul este mai mare decât celălalt cu 3 ani. Câți ani are fiecare frate?

Rezolvare



a. Câți ani reprezintă două segmente egale?

$$15 \text{ ani} - 3 \text{ ani} = 12 \text{ ani}$$

b. Câți ani are al doilea frate ?

$$12 \text{ ani} : 2 = 6 \text{ ani}$$

c. Câți ani are primul frate ?

$$6 \text{ ani} + 3 \text{ ani} = 9 \text{ ani (sau } 15 \text{ ani} - 6 \text{ ani} = 9 \text{ ani)}$$

Algebric rezolvăm astfel:

$$II = I + 3$$

$$I + II = 15$$

Înlocuim în a doua relație II cu I+3:

$$I + I + 3 = 15$$

$$2 \cdot I + 3 = 15$$

$$2 \cdot I = 15 - 3$$

$$2 \cdot I = 12$$

$$I = 12 : 2$$

$$I = 6$$

$$II = I + 3$$

$$II = 6 + 3$$

$$II = 9$$

R: Cei doi frați au 9, respectiv 6 ani

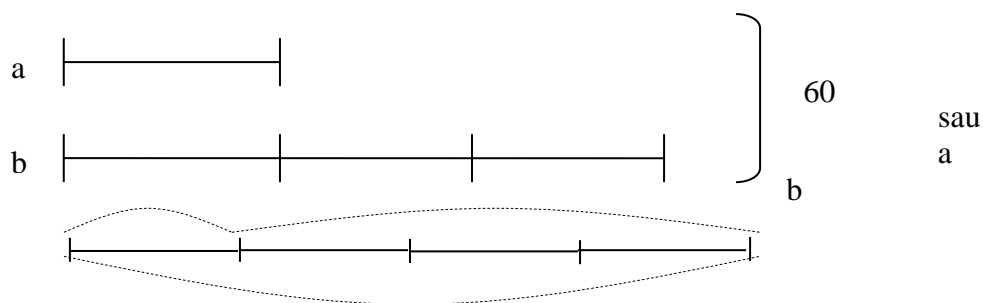


**b) Probleme de aflare a două numere cunoscând suma sau diferența lor și raportul lor**

**Problema 1**

Să se afle două numere știind că suma lor este 60 și că unul este de 3 ori mai mare decât celălalt.

*Rezolvare:*



$$a + b = 60$$

a. Din câte părți egale este formată suma?

$$3 \text{ părți} + 1 \text{ parte} = 4 \text{ părți}$$

b. Care este numărul mic (un segment egal)?

$$60 : 4 = 15$$

c. Care este numărul mare?

$$15 \times 3 = 45 \text{ sau } 60 - 15 = 45$$

Algebric putem rezolva astfel:

$$b = 3 \cdot a$$

$$a + b = 60$$

Înlocuim pe  $b$  cu  $3 \cdot a$  în cea de - a doua relație:

$$a + 3 \cdot a = 60$$

$$4 \cdot a = 60$$

$$a = 60 : 4$$

$$a = 15$$

$$b = 3 \cdot a$$

$$b = 3 \cdot 15$$

$$b = 45$$

R: Cele două numere sunt 45 respectiv 15

## Problema 2

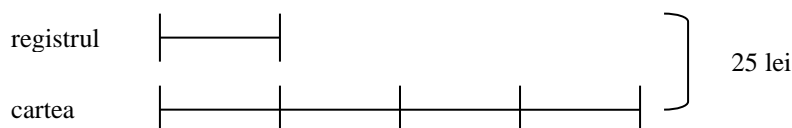
O carte și un registru costă împreună 23 de lei. Dacă micșorăm cu 2 lei prețul registrului și mărim cu 4 lei costul cărții, atunci cartea devine de 4 ori mai scumpă decât registrul. Cât costă fiecare ?

### Rezolvare

Aplicăm modificările cerute de problemă:

$23 \text{ lei} - 2 \text{ lei} = 21 \text{ lei}$  ar costa în total dacă s-ar micșora prețului registrului

$21 \text{ lei} + 4 \text{ lei} = 25 \text{ lei}$  ar costa în total dacă s-ar mări prețului cărții



a. Din câte părți egale este formată suma?

$4 \text{ părți} + 1 \text{ parte} = 5 \text{ părți}$

b. Cât ar costa registru?

$25 \text{ lei} : 5 = 5 \text{ lei}$

c. Cât ar costa cartea?

$5 \text{ lei} \times 4 = 20 \text{ lei}$

d. Cât costă registru?

$5 \text{ lei} \times 2 \text{ lei} = 7 \text{ lei}$

e. Cât costă cartea?

$20 \text{ lei} - 4 \text{ lei} = 16 \text{ lei}$

Algebric putem rezolva astfel:

$$c = 4 \cdot r$$

$$r + c = 25$$

Înlocuim  $c$  cu  $4 \cdot r$  în cea de - a doua relație :

$$r + 4 \cdot r = 25$$

$$5 \cdot r = 25$$

$$r = 25 : 5$$

$$r = 5 \text{ lei (ar costa registru)}$$

$$c = 4 \cdot r$$

$$c = 4 \cdot 5$$

$$c = 20 \text{ lei (ar costa cartea)}$$

$$5 + 2 = 7 \text{ lei (costă registru)}$$

$$20 - 4 = 16 \text{ lei (costă cartea)}$$

R: Registrul a costat 7 lei, iar cartea 16 lei.

## ***SĂ EXERSĂM!***

### ***A. Probleme cu date sau mărimi "discrete"***

1. Dacă elevii unei clase se așază câte doi într-o bancă, rămân 9 în picioare, iar dacă se așază câte 3 într-o bancă, rămân 7 bănci goale și una ocupată cu un singur elev. Câți elevi și câte bănci sunt?

2. Dacă într-o clasă în fiecare bancă se așează câte 2 elevi, 3 bănci rămân libere. Știind că în clasă sunt 32 de elevi, să se afle câte bănci sunt în clasă.

3. Dacă într-o sală în fiecare bancă stau câte 3 tineri, 2 rămân în picioare. Știind că în sală sunt câte 15 bănci, să se afle câți tineri sunt în sală.

4. Dacă într-o clasă se așează câte 2 elevi într-o bancă, 3 elevi rămân în picioare. Dacă se așază câte 3 elevi într-o bancă, 4 bănci rămân libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă ?

5. Dacă pe fiecare bancă dintr-o sală se așează 12 persoane, pe una dintre bănci rămân 4 locuri libere, iar dacă pe fiecare bancă se așează câte 10 persoane, 196 de persoane rămân fără loc. Câte bănci și câte persoane sunt în sală ?

6. Într-o sală de cinematograf s-au așezat bănci de același fel. Pentru a găsi loc pentru toți spectatorii, pe fiecare bancă trebuie să se așeze câte 6 persoane. Dacă s-ar mai aduce încă 15 bănci și s-ar așeza pe fiecare dintre ele câte 5 persoane, 15 locuri ar rămâne libere. Câte persoane sunt în sală ?

7. Carmen a cumpărat caise. Pentru că așteaptă musafiri, dorește să le așeze pe farfuriuțe. Dacă pe fiecare farfuriuță ar așeza câte 3 caise, i-ar mai rămâne 9 caise. Dacă ar așeza câte 6 caise, i-ar mai rămâne 2 farfuriuțe goale. Câte caise a cumpărat Carmen? Câte farfuriuțe are?

8. Dacă se pun câte 3 garoafe într-o vază, rămân 6 garoafe fără vază, iar dacă se pun 5 garoafe într-o vază, rămâne o vază goală și una cu 4 garoafe. Câte garoafe și câte vase sunt?

9. Într-un vas sunt de 5 ori mai multe prune decât mere. Dacă se mai adaugă în vas 2 mere și se scot 14 prune, rămân în vas de 3 ori mai multe prune decât mere. Câte mere și câte prune au fost în vas ?

10. Un gospodar are de 4 ori mai multe găini decât rațe. Vinde 5 găini și cumpără 3 rațe, iar numărul găinilor devine de 3 ori mai mare decât al rațelor. Câte găini și câte rațe a avut?

11. O cantitate de roșii trebuie ambalată în lădițe. Luând lădițe de câte 8 kg, rămân neambalate 180 kg. Luând tot atâtea lădițe, însă de 12 kg fiecare, rămân goale 35 de lădițe. Câte lădițe erau și ce cantitate de roșii trebuia ambalată ?

12. La sfârșitul unui spectacol sportiv 174 de spectatori au plecat acasă pe jos, iar ceilalți au plecat cu tramvaiul ocupând 18 vagoane. În fiecare vagon au urcat cu 5 persoane mai mult decât numărul de locuri prevăzute pe scaune. Dacă spectatorii plecați cu tramvaiul nu ocupau decât locurile prevăzute pe scaune, atunci ar mai fi fost nevoie de încă 3 vagoane, în ultimul vagon rămânând 6 locuri libere. Care a fost numărul total al spectatorilor ?

13. Într-o curte sunt găini și iepuri, în total 43 de capete și 124 de picioare. Câte găini și câți iepuri sunt în curte ?

14. La fermă sunt rațe și porci. În total sunt 40 de animale și 100 de picioare. Câte rațe și câți porci sunt ?

15. Bogdan a adunat într-o cutiuță păienjeni și gândaci, în total 8 bucăți. Dacă s-ar număra câte picioare sunt în total, s-ar găsi 54 de picioare. Câți păienjeni și câți gândaci sunt în cutiuță? (Păianjenul are 8 picioare și gândacul are 6 picioare.)

**B. Probleme cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente**

**a) Probleme de aflare a numerelor cunoscând suma și diferența lor**

1. Suma a două numere este 24. Dacă cel de-al doilea număr este cu 4 mai mare ca primul, află cele două numere.

2. Suma a două numere este 26, iar diferența lor 10. Află cele două numere.

3. Dacă adun două numere, obțin 23, dacă le scad, obțin 11. Care sunt cele două numere?

4. Suma a două numere este 145, iar diferența lor este 27. Să se afle numerele.

5. Suma a trei numere este 151. Primul este cu 16 mai mare decât al doilea, iar al treilea este jumătate din al doilea. Să se afle numerele.

6. Să se afle numerele  $a$  și  $b$  dacă:

$$\text{I. } \begin{cases} a + b = 48 \\ a - b = 8 \end{cases}$$

$$\text{II. } \begin{cases} a + b = 48 \\ a - b = 30 \end{cases}$$

$$\text{III. } \begin{cases} a + b = 36 \\ a \text{ este mai mare decat } b \text{ cu } 16. \end{cases}$$

$$\text{IV. } \begin{cases} a < \text{cu } 3 \text{ decât } b \\ a + b = 21 \end{cases}$$

7. Suma vârstelor a doi frați este 32. Diferența dintre vârstele lor este de 6 ani. Câți ani are fiecare?

8. Într-o turmă, un cioban are 326 de oi negre și albe. Oile negre sunt cu 300 mai puține decât oile albe. Câte oi negre și câte oi albe are ciobanul?

9. Un autoturism a parcurs în două zile 453 km. În prima zi, a parcurs cu 211 km mai mult decât în a doua zi. Câți km a parcurs în fiecare zi?

10. O oală cu capac costă 32 de lei. Oala costă cu 4 lei mai mult decât capacul. Cât costă oala? Dar capacul?

11. Gigel a deschis, la întâmplare, manualul de matematică. A adunat numerele paginilor “la vedere” și a obținut 101. La ce pagini a deschis Gigel manualul de matematică?

12. În două lădițe erau în total 59 de caise. Pentru a avea același număr de caise în ambele lădițe, Mihai mai pune 8 caise în prima lădiță și 13 caise în cea de-a doua. Câte caise erau la început în fiecare lădiță?

13. Pe cele două rafturi ale unei biblioteci sunt 74 de cărți. Pentru a avea același număr de cărți pe fiecare raft, trebuie să mutăm 15 cărți de pe primul raft pe cel de-al doilea. Câte cărți sunt pe fiecare raft?

14. Doi frați au împreună 248 lei. Unul dintre ei are cu 20 lei mai mult decât celălalt. Câți lei are fiecare?

15. Doi frați au avut împreună 4 500 lei. După ce unul a cheltuit 1 500 lei, sumele lor au devenit egale. Câți lei a avut fiecare?

16. Alina, Maria și Raluca au împreună 33 ani. Maria este cu 4 ani mai mică decât Alina și cu un an mai mare decât Raluca. Câți ani are fiecare fată?

17. Suma a două numere consecutive impare este 16. Află numerele.

18. Suma a trei numere este 23. Află numerele știind că al doilea este cu 3 mai mare decât primul, iar al treilea cu 2 mai mare decât al doilea.

19. Suma a trei numere este 77. Dacă din fiecare se scade același număr, se obțin numerele: 5, 15, 27. Află cele trei numere.

20. Suma a două numere consecutive pare este 14. Află numerele.

21. Suma a trei numere consecutive pare este 18. Care sunt numerele?

22. Suma a trei numere este 70. Dacă din fiecare se scade același număr se obține: 24, 13 și 9. Care sunt numerele?

23. Trei copii au împreună 12 lei. Al doilea are cu 4 lei mai mult decât primul și cu un leu mai puțin decât al treilea. Câți lei are fiecare copil?

24. Dacă adun lungimea și lățimea unui dreptunghi, obțin 32 m, iar dacă le scad obțin 16 m. Află perimetrul (suma tuturor laturilor) dreptunghiului.

25. Suma a cinci numere consecutive este 30. Află numerele.

26. Trei bicicliști au parcurs 446 km. Primul mai mult cu 8 km decât al doilea, iar al treilea mai puțin cu 15 km decât al doilea. Ce distanță a parcurs fiecare?

27. După ce a depășit cu 240 km jumătatea distanței propuse, un șofer înțelege că mai are de parcurs un sfert din drum. Ce distanță totală are drumul pe care îl are de parcurs?

28. Semiperimetrul unui dreptunghi este de 160 m, adică înzecitul diferenței dimensiunilor sale. Calculează lungimea și lățimea dreptunghiului.

29. Să se afle numerele a, b, c, d dacă:

$$a + b + c + d = 820$$

$$a - b = b - c = c - d = 90.$$

30. Semisuma a două numere consecutive pare este răsturnatul lui 732. Care sunt numerele?



31. Se mută 18 l de motorină dintr-o cisternă în alta și se fac cantități egale, în total 842 l. Ce cantitate de motorină era în fiecare recipient?

32. Împart la 7 suma a patru numere consecutive și obțin 12 și restul 6. Care sunt aceste numere?

33. Ce număr adunat cu el însuși și cu 321 ne dă triplul său?

34. Pe 4 șiruri sunt 158 de covrigi. Dacă se consumă din fiecare și în mod egal, rămân 13, 10, 8 și respectiv 47 de covrigi. Câți covrigi sunt pe fiecare șir?

**b) Probleme de aflare a două numere cunoscând suma sau diferența lor și raportul lor**

1. Să se afle trei numere știind că suma lor este 546, primul este de 3 ori mai mare decât al doilea, iar al treilea este cât diferența dintre primul și al doilea.

2. Se știe că:  $a : b = 3$ ,  $b : 2 = c$ . Dacă  $a + b + c = 63$ , află  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

3. Diferența a două numere este 128. Dacă împărțim primul număr la al doilea, obținem câtul 6 și restul 3. Să se afle numerele.

4. Să se găsească două numere a căror sumă să fie 425, iar unul dintre ele să fie de 4 ori mai mare decât celălalt.

5. Suma a două numere este 260. Dacă împărțim primul număr la al doilea, obținem 5 și restul 2. Să se afle numerele.

6. Găsiți două numere care împărțite dau 4 și restul 7 și a căror diferență este 34.

7. Mă gândesc la două numere. Dacă le împart obțin câtul 8 și restul 8. Dacă le adun obțin suma 224. Care sunt numerele la care mă gândesc?

8. Suma a trei numere este 101. Primul este 21, câtul împărțirii celui de-al doilea la cel de-al treilea este 3, iar restul 4. Să se afle al doilea și al treilea număr.

9. Câtul împărțirii a două numere este 3, iar restul 27. Aflați cele două numere știind că diferența lor este 187.

10. Să se afle trei numere naturale  $x$ ,  $y$  și  $z$  știind că împărțind pe  $x$  la  $y$  obținem câtul 5 și restul 2, împărțind pe  $x$  la  $z$  obținem 7 și restul 5, iar  $x + z = 53$ .

11. Suma a trei numere este 1 279. Să se afle numerele, știind că, dacă împărțim primul număr la al doilea, obținem câtul 3 și restul 19, iar dacă împărțim al treilea număr la al doilea, obținem 2 și restul 18.

12. Suma a trei numere este 240. Primul număr este de 4 ori mai mare decât al treilea, iar al doilea reprezintă diferența dintre primul și al treilea. Să se afle numerele.

13. Ce număr natural adunat cu el însuși și cu 241 ne dă triplul său?

14. Suma dintre sfertul și jumătatea unui număr este 255. Să se afle numărul.

15. Primul termen al unei adunări este 93, iar al doilea este a treia parte din al treilea. Dacă suma celor trei numere este 257, care sunt ultimele două?

16. În grădină, bunicul are lalele și de 4 ori mai multe garioafe, în total 95 de flori. Câte flori din fiecare fel are bunicul?

17. Doi frați au împreună 40 de nuci. Cel de-al doilea are de 4 ori mai multe decât primul. Câte nuci are fiecare?

18. În excursia de la Sinaia, au plecat 120 de copii, de două ori mai multe fete decât băieți. Câte fete și câți băieți au plecat în excursie?

19. Mircea și Andrei au împreună 252 de timbre. Mircea are de 3 ori mai puține timbre decât Andrei. Câte timbre are fiecare?

20. Un număr adunat cu sfertul său dă suma 115. Care este numărul?

21. O gospodină a sosit la piață cu 125 de ouă așezate în două coșuri. Din cauza neatenției, într-unul din coșuri 5 ouă s-au spart și au rămas de două ori mai multe decât în celălalt cos. Câte ouă a avut în fiecare cos?

22. La o școală, în clasele I, a II-a și a III-a sunt 154 de elevi. În clasele a II-a sunt de 3 ori mai mulți elevi decât în clasele I și de 2 ori mai mulți decât în clasele a III-a. Câți elevi din fiecare clasa sunt?

23. Iulia are 10 ani, iar Marcela 18. Cu câți ani în urmă Marcela avea de 2 ori mai mulți ani decât Iulia?

24. Mihai și Ionuț își calculează economiile. *Mihai*: Eu am economisit cu 42 de lei mai mulți decât tine. *Ionuț*: Într-adevăr, eu am economisit de 7 ori mai puțini lei decât tine. Cât a economisit fiecare?

25. Într-o pungă sunt cu 48 mai multe caramele decât fondante. Câte sunt de fiecare fel dacă fondante sunt de 3 ori mai puține decât caramele?

26. Într-un balot există cu 75 metri mai multă stofă decât în altul, adică de 6 ori mai mult. Câți metri de stofă sunt în fiecare balot?

27. Perimetrul unui dreptunghi este de 60 cm. Știind că  $L = 2 l$ , află dimensiunile laturilor.

28. La un magazin se vând 889 de pâini: albe, dublu față de intermediare, iar negre, un sfert din cele albe. Câte pâini din fiecare sortiment s-au vândut?

29. După ce au fost asfalțați încă 1 800 m din aleile parcului, lungimea totală a aleilor asfaltate este de 7 ori mai mare decât înainte. Ce lungime au acum aleile asfaltate?

30. Într-un bidon era o cantitate de trei ori mai mare de ulei decât în altul. Dacă se mai pun în primul bidon 2 litri, iar în al doilea 28 litri, atunci în ambele bidoane sunt cantități egale de ulei. Cât ulei se află în fiecare bidon?

31. În trei lăzi sunt 60 kg de castraveți. Dacă în a doua ladă sunt de 2 ori mai multe kg decât în prima, iar în cea de-a treia cât în primele două la un loc, află câte kg de castraveți sunt în fiecare ladă.

32. Vârsta bunicii este de 6 ori mai mare decât vârsta nepoatei. Știind că nepoata este cu 45 de ani mai mică decât bunica, află vârsta fiecăreia.

33. Cosmin a cules de 5 ori mai multe alune decât Marcela, apoi i-a dat acesteia 40, astfel încât fiecare dintre ei să aibă același număr de alune. Câte alune a cules fiecare copil?

34. Un gospodar are 4 bibilici, cu 9 mai multe rațe, iar găini de două ori cât curci, în total 62 de păsări. Câte păsări de fiecare fel are gospodarul?

35. Suma a două numere este 90. A treia parte din primul este de 2 ori mai mare decât a treia parte din al doilea. Care sunt numerele?

36. Pe o ramură stau trei păsări, fiecare cântărește de două ori cât cea dinaintea sa. Află cât cântărește fiecare știind că împreună cântăresc 861 g.

### ***c) Probleme combinate (metoda grafică)***

1. Suma a două numere este 508, iar diferența este de două ori mai mare decât scăzătorul. Să se afle numerele.

2. Aflați două numere naturale, știind că al doilea reprezintă jumătate din primul, iar dacă mărim suma acestor numere de 3 ori, atunci obținem produsul egal cu 882.

3. Diferența a două numere este de patru ori mai mică decât suma lor. Să se afle numele, știind că diferența este egală cu 28.

4. Să se afle trei numere naturale, știind că primul este dublul celui de-al doilea, al treilea este cu 45 mai mic decât primul, iar suma lor este 575.

5. În trei lădițe se aflau 47 kg de struguri. În a doua lădiță erau de două ori mai mult decât în prima și cu 2 kg mai puțin decât în a treia. Câte kilograme de struguri erau în fiecare lădiță?

6. Suma a trei numere impare consecutive este 303. Să se afle numerele.

7. Suma a trei numere pare consecutive este 552. Să se afle numerele.

8. Suma a trei numere consecutive este 270. Să se afle numerele.

9. Câtul împărțirii sumei a patru numere consecutive la 5 este 13, iar restul 1. Aflați numerele.

10. Să se afle suma a trei numere pare consecutive ( $a < b < c$ ), știind că:  $a + c = 84$ .

11. Dacă se împarte suma a patru numere consecutive la 7 se obține câtul 27 și restul 5. Să se afle numerele.

12. Produsul dintre suma a două numere pare consecutive și 8 este 624. Care sunt numerele?

13. Trei frați au împreună 3 600 lei. Primul are de două ori mai mulți lei decât al doilea, iar al treilea cu 1 500 lei mai puțin decât primul. Câți lei are fiecare?

14. Suma trei numere este 623. Fiecare este de două ori mai mare decât cel scris înaintea lui. Să se afle numerele.

15. Mariana are o sumă de bani de patru ori mai mare decât cea a lui Valentin. Dacă ea îi dă acestuia 14 100 lei, atunci sumele lor devin egale.

16. Fiica, mama și bunica au împreună 108 ani. Să se afle vârsta fiecăreia, știind că fiica este de 7 ori mai tânără decât bunica, iar mama de 4 ori mai în vârstă decât fiica.

17. La o florărie s-au primit garoafe. Dimineața s-a vândut un sfert din numărul garoafelor primite, iar după-amiază jumătate din numărul florilor rămase, după care mai existau în florărie 381 garoafe. Câte garoafe s-au primit în acea zi la florărie?

18. Un copil adună 240 kg de afine și zmeură. Câte kilograme de afine și câte kilograme de zmeură a adunat, dacă afine au fost de trei ori mai multe decât zmeură?

19. Suma a trei numere este 200. Să se afle numerele, știind că suma dintre primul și al doilea număr este 146, iar suma dintre al doilea și al treilea este 118.

20. Un număr este de 5 ori mai mic decât altul și cu 80 mai mic decât acesta. Să se determine cele două numere.

21. Să se determine un număr de trei cifre, știind că a doua cifră este cu 5 mai mare decât prima cifră, a treia cifră este cu 2 mai mică decât prima și suma celor trei cifre este 12.

22. La o cantină s-au adus mese, scaune mari și scaune mici, în total 189. Scaune mari s-au adus de 2 ori mai multe decât mese, iar scaune mici cu 34 mai multe decât scaune mari. Câte mese, scaune mari și scaune mici s-au adus?

23. În clasele a III-a A și a III-a B sunt 57 de elevi în total. Dacă s-ar transfera 2 elevi din clasa a III-a A în clasa a III-a B, în aceasta ar fi acum cu un elev mai mult decât în clasa a III-a A. Câți elevi sunt în fiecare clasă?

24. Suma a cinci numere este 318. Primele patru numere sunt consecutive, iar al cincilea este cu 28 mai mic decât primul. Să se afle numerele.

25. Din cantitatea existentă într-un vas plin cu zahăr s-a consumat un sfert. Acum vasul cu zahăr cântărește 240 g. Aflați cât cântărește zahărul care încape în vas, știind că acesta cântărește de patru ori mai mult decât vasul gol.

26. În trei lăzi sunt 512 kg marfă. Știind că în a doua ladă este de două ori mai multă marfă decât în prima și cu 2 kg mai puțin decât în a treia, să se afle câte kilograme de marfă sunt în fiecare ladă.

27. Să se afle două numere, știind că primul este de 3 ori mai mic decât al doilea, iar suma dintre dublul primului număr și triplul celui de-al doilea este 99.

28. Suma a trei numere  $a$ ,  $b$ ,  $c$  este 900. Aflați numerele, știind că  $b$  este de 3 ori mai mare decât  $a$  și cu 25 mai mic decât  $c$ .

29. Din grădina de legume s-au cules 214 kg de roșii, ardei și vinete. Roșii s-au cules cu 45 kg mai mult decât ardei, iar vinele cu 37 kg mai mult decât ardei. Câte kilograme s-au cules din fiecare fel?

30. Într-o livadă sunt meri, peri și pruni. Câți pomi sunt din fiecare, dacă meri și peri sunt 325, peri și pruni 710, iar meri și pruni 885?

31. Suma a trei numere consecutive este 270. Aflați numerele.

32. Perimetrul unui dreptunghi este 952 cm. Aflați dimensiunile, știind că lungimea este de 3 ori mai mare decât lățimea.

33. Diferența dintre două numere  $a$  și  $b$  este 237. Dacă împărțim cele două numere, obținem câtul 3 și restul 37. Aflați numerele.

34. Să se afle trei numere astfel încât suma lor să fie 960, primul număr să fie de 4 ori mai mare decât al doilea, iar al treilea cât diferența dintre primul și al doilea.

35. Dacă suma de lei a Adrianei s-ar împărți la suma de lei a Simonei, câtul ar fi 6, iar restul 26. Câți lei are fiecare, dacă Adriana are cu 116 mai mult decât Simona?

36. Doi pescari au prins 649 kg de pește. După ce primul pescar a vândut 135 kg de pește și al doilea a vândut 190 kg, primul a rămas cu 24 kg mai mult decât al doilea. Cu câte kilograme de pește a rămas fiecare?

37. O carte este deschisă la întâmplare. Stabiliți numărul celor 2 pagini la care s-a deschis cartea, știind că suma lor este 89.

38. În trei saci sunt 206 kg de cartofi. După ce s-a vândut din fiecare sac aceeași cantitate de cartofi, în primul sac au rămas 25 kg, în al doilea 35 kg, iar în al treilea 38 kg. Câte kilograme de cartofi au fost în fiecare sac?

39. Suma a trei numere este 87. Dacă la fiecare adunăm 23, 21 și respectiv 4, obținem numere egale. Aflați numerele.

40. Câțiva copii joacă fotbal pe un teren dreptunghiular care are perimetrul 530. Aflați lungimea și lățimea terenului, știind că lungimea lui este mai mare decât lățimea cu 75 metri.

41. La o librărie se află 1 230 caiete de matematică și dictando. După ce s-au vândut 78 de caiete de matematică și 42 caiete de dictando, au rămas de 4 ori mai multe caiete de matematică decât dictando. Câte caiete din fiecare fel au fost la început în librărie?

42. Într-o bibliotecă erau 654 de cărți pentru copii și adulți. După ce s-au împrumutat 18 cărți pentru copii și s-au mai adus înapoi 14 cărți pentru adulți, atunci numărul cărților

pentru copii a devenit egal cu numărul cărților pentru adulți. Câte cărți au fost la început în bibliotecă?

43. Bunica a oferit celor trei nepoți câte o sumă de bani, astfel încât Ana și George au primit împreună 8 lei, George și Irina 9 lei, iar Ana și Irina 11 lei. Ce sumă a primit fiecare nepot de la bunica?

44. Într-o cutie sunt cu 24 de bile roșii mai mult decât bile negre. Câte bile sunt de fiecare fel, dacă cele roșii sunt de trei ori mai multe decât cele negre?

45. Trei cărți de povesti au un anumit număr de pagini. Primele două au 88 de pagini în total, ultimele două 127 de pagini în total, iar prima și a treia 115 pagini în total. Câte pagini are fiecare carte?

46. La o florărie s-au folosit pentru un aranjament floral trandafiri roșii, albi și galbeni. Știind că 10 dintre aceștia nu erau roșii, 13 nu erau albi, iar 15 nu erau galbeni, aflați câți trandafiri din fiecare culoare s-au folosit pentru aranjament.

47. Cineva îl întreabă pe Alexandru câți ani are. El răspunde: "Când tatăl meu a avut 31 de ani, eu am avut 7 ani. Acum tata este de două ori mai vârstnic decât mine." Câți ani are Alexandru?

48. Suma dintre dublul unui număr și treimea sa este 112. Aflați numărul.

49. Într-o cutie sunt 89 de bile roșii, galbene și albastre. Dacă s-ar mai adăuga 4 bile roșii, atunci numărul bilelor roșii ar constitui o treime din numărul bilelor albastre și cu 3 mai puțin decât jumătatea bilelor galbene. Câte bile de fiecare culoare sunt în cutie?

50. "Dacă așez elevii câte trei în bancă, rămân două bănci goale. Dacă îi așez câte doi în bancă, patru elevi rămân în picioare", spune doamna învățătoare. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

51. Adrian a cules numai mere galbene, Bogdan numai pere galbene, iar Costel numai mere roșii. Câte fructe a cules fiecare copil dacă, împreună, au cules acasă 74 de fructe, 42 mere și 57 fructe galbene?

52. Monica avea cu 35 de lei mai mult decât Teodora. După ce și-a cumpărat un atlas pe care a plătit 170 lei, Monica constată că suma ce i-a mai rămas este un sfert din suma pe care o are Teodora. Câți lei avea fiecare fetiță?

53. Dintr-o ladă s-a scos în prima zi o treime din numărul merelor, a doua zi un sfert din rest, iar a treia zi jumătate din merele rămase după două zile. În ladă se mai află 6 mere. Câte mere au fost inițial?

54. Media aritmetică a trei numere este 51. Să se afle numere, știind că al doilea este de trei ori mai mic decât primul și cu 3 mai mare decât al treilea.

55. Trei frați au împreună 53 ani. Peste 5 ani fratele mijlociu va avea aceeași vârstă pe care o are acum fratele cel mare, iar peste 3 ani fratele cel mic va avea aceeași vârstă pe care o are acum fratele mijlociu. Câți ani are fiecare?

56. Aflați numărul care adunat cu 198 ne dă întregul său.

57. Pe două alei ale unui parc s-au plantat câte 30 de copaci pe fiecare margine a aleii. Dintre aceștia, 20 sunt tei, iar restul salcâmi și plop. Numărul salcânilor este cu 10 mai mare decât cel al plopilor. Câți salcâmi și câți plop s-au plantat?

58. În două butoaie sunt 856 l de vin. După ce din primul butoi se toarnă în al doilea butoi 92 l, în primul mai rămân cu 60 l mai mult decât în al doilea. Câți litri de vin au fost în fiecare butoi?

59. La un magazin s-au vândut în trei zile 150 m de stofă. Dacă în prima zi s-ar fi vândut de două ori mai mult, în a doua zi cu 6 m mai puțin, iar în a treia zi de trei ori mai puțin, bucățile de stofă ar fi fost egale. Câți metri de stofă s-au vândut în fiecare zi?

## INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

### A. Probleme cu date sau mărimi “discrete”

1) 24 bănci, 57 elevi; 2) 19 bănci; 3) 47 elevi; 4) 15 bănci, 33 elevi; 5) 99 bănci, 1089 persoane; 6) 60 bănci, 360 persoane; 7) 7 farfuriuțe, 30 caise; 8) 6 vase, 24 garoafe; 9) 10 mere, 50 prune; 10) 14 rațe, 56 găini; 11) 150 lădițe, 1 380 kg; 12) 819 spectatori; 13) 19 iepuri, 24 găini; 14) 10 porci, 30 rațe; 15) 3 păienjeni, 5 gândaci.

### B. Probleme cu date sau mărimi “continui”, caz în care, le figurăm prin segmente.

#### a) Probleme de aflare a numerelor cunoscând suma și diferența lor

1) I=10, II=14; 2) 8, 18; 3) 6, 17; 4) 59, 86; 5) I=70, II=54; III=27; 6) I. a=28, b=20; II. a=39, b=9; III. a=16, b=10; IV. A=9, b=12; 7) 13 ani, 19 ani; 8) 13 oi negre, 313 oi albe; 9) ziua I=332 km, ziua a II-a=121 km; 10) capacul=14 lei, oala=18 lei; 11) paginile 50 și 51 (paginile au numere consecutive); 12) I=32 caise; II=27 caise (Dacă crește numărul caiselor din fiecare lădiță, crește și suma cantităților.); 13) I=52 cărți, II=22 cărți; 14) 114 lei, 134 lei; 15) 1 500 lei, 3 000 lei; 16) Raluca=9 ani, Maria=10 ani, Alina=14 ani; 17) 16, 9 (Numere consecutive pare/impare=cu 2 mai mare); 18) I=5, II=8, III=10; 19) 15, 25, 37; 20) 6, 8; 21) 8, 10; 22) 32, 21, 17; 23) I=1 leu, al II-lea=5 lei, al III-lea=6 lei; 24) 64 m perimetrul; 25) 4, 5, 6, 7, 8; 26) I=159 km, al II-lea=151 km; al III-lea=136 km; 27) 720 km; 28) l=72 m, L=88 m (semiperimetrul=lungimea+ lățimea); 29) a=340, b=250, c=160, d=70. 30) 236, 238 (semisuma= jumătatea sumei); 31) 403 litri, 439 litri; 32) (Aflăm mai întâi suma numerelor – teorema împărțirii cu rest) numerele sunt: 21, 22, 23, 24; 33) 321; 34) 33 covrigi, 30 covrigi, 28 covrigi, 67 covrigi;

#### b) Probleme de aflare a două numere cunoscând suma sau diferența lor și raportul lor

1) a=183, b=61, c=122; 2) a=42, b=14, c=7; 3) I=153, II=25; 4) 85, 340; 5) I=217, II=43; 6) 43, 9; 7) 200, 24; 8) II=61, III=19; 9) 80, 267; 10) x=47, y=9, z=6; 11) I=640, II=207, III=432; 12) I=120, II=90, III=30; 13) 241; 14) 340; 15) II=41, III=123; 16) 19 lalele, 76 garoafe; 17) I=8 nuci, II=32 nuci; 18) 40 băieți, 80 fete; 19) Mircea=63 timbre, Andrei=189 timbre; 20) 92; 21) 40 ouă, 85 ouă; 22) I=28 elevi, a II-a=84 elevi, a III-a=42 elevi; 23) cu 2 ani în urmă; 24) Ionuț=7 lei; Mihai=49 lei; 25) 24 fondante, 72 caramelle; 26) 15 m, 90 m; 27) l=10 cm, L=20 cm; 28) 127 pâini negre, 508 pâini albe, 254 pâini intermediare; 29) 2 100 m; 30) I=39 l, II=13 l; 31) I=10 kg, II=20 kg, III= 30 kg; 32) nepoata=9 ani; bunica=54 ani; 33) Marcela=20 alune; Cosmin=100 alune; 34) 15 curci, 30 găini, 17 rațe; 35) I=60, II=30; 36) 123 g, 246 g, 492 g.



**c) Probleme combinate (metoda grafică)**

1) 381, 127; 2) I=196, II=98; 3) 70, 42; 4) I=248, II=124, III=203; 5) I=248 kg, II=124 kg, III=203 kg; 6) 99, 100, 101; 7) 182, 184, 186; 8) 89, 90, 91; 9) 10, 11, 12, 13; 10) 40, 42, 44; 11) 47, 48, 49, 50; 12) 38, 40; 13) I=2 040 lei, II=1 020 lei, III=540 lei; 14) 89, 178, 356; 15) Valentin=9 400 lei, Mariana=37 600 lei; 16) fiica=9 ani, mama=36 ani, bunica=63 ani; 17) 1 016 garoafe; 18) 60 kg zmeură, 180 kg afine; 19) I=28, II=64, III=54; 20) 20, 100; 21) 381; 22) 11 mese, 22 scaune mari, 56 scaune mici; 23) a III-a A=30 elevi, a III-a B=27 elevi; 24) 68, 69, 70, 71; 25) 240 g zahăr; 26) I=102 kg, II=204 kg, III=206 kg; 27) I=9, II=27; 28) a=125; b=375, c=400; 29) 44 kg ardei, 89 kg roșii, 81 kg vinete; 30) 635 pruni, 250 meri, 75 peri; 31) 89, 90, 91; 32) L=375 cm, l=119 cm; 33) a=337, b=100; 34) I=480, II=120, III=360; 35) Simona=18 lei, Adriana=134 lei; 36) I=174 kg, II=150 kg; 37) 44, 35; 38) I=61 kg, II=71 kg, III=74 kg; 39) 22, 24, 41; 40) L=170 m, l=95 m; 41) 966 caiete matematică, 264 caiete dictando; 42) 343 cărți pentru copii, 311 cărți pentru adulți; 43) Irina=6 lei, Ana=5 lei, George=3 lei; 44) 12 bile negre, 36 bile roșii; 45) I=38 pagini, II=50 pagini, III=77 pagini; 46) 9 trandafiri roșii, 6 trandafiri albi, 4 trandafiri galbeni; 47) 24 ani; 48) 48; 49) 14 bile roșii, 54 bile albe, 21 bile galbene; 50) 24 elevi, 10 bănci; 51) Adrian=25 mere galbene, Bogdan=32 pere galbene, Costel=17 mere roșii; 52) Monica=215 lei, Teodora=180 lei; 53) 24 mere; 54) I=12, II=4, III=1; 55) 14 ani, 17 ani, 22 ani; 56) 99; 57) 15 plop, 25 salcâmi; 58) I=560 l, II=305 l; 59) I=16 m, II=38 m, III=96 m.

## BIBLIOGRAFIE

1. Birgean, Simona, Nicoară, Carmen, Calinin, Adriana, *În țara matematicii! – exerciții și probleme pe nivele de dificultate*, Editura „Paralela 45”, Pitești, 2007;
2. Blaga, Alexandru, Oprea Andrei, Ovidiu Pop (coord.), *Matematică de performanță pentru clasa a IV-a*, Editura „Optil Graphic”, Craiova, 2006;
3. Călugărița, Angelica, *Exerciții și probleme de matematică pentru elevii claselor I-IV*, Editura „Universal Pan”, București, 2006;
4. Constantinescu, Dragoș, Paul Dumitrescu, Ștefan Smărăndoiu, *Probleme de matematică pentru clasele III-IV*, Editura „Școala cu Ceas”, Râmnicu Vâlcea, 2003;
5. Gardin, Maria, Gardin, Florin, Berechet, Daniela, Berechet, Florian, Constanța Badea, *Matematică – culegere de exerciții și probleme*, clasa a III-a, Editura „Paralela 45”, Pitești, 2007;
6. Gherghina, Dumitru coord., *Matematică distractivă – exerciții și probleme, teste recapitulative, clasele III-VI*, Editura „Didactica Nova”, Craiova, 2004;
7. Neacșu, Ioan coord., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, manual pentru liceele pedagogice, clasele XI-XII, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988;
8. Pop, Aurelia Maria, *Culegere de probleme – material pentru elevii isteți*, Editura „Roprint”, Cluj-Napoca, 2007;
9. Roșu, Elena Diana, *Rezolvarea problemelor de matematică în ciclul primar*, Editura Sitech, Craiova, 2008;